SỬ DỤNG PHẦN MỀM CABRI II PLUS TRONG DH MÔ HÌNH HÓA BẰNG HÀM SỐ MỘT SỐ NỘI DUNG GIẢI TÍCH LỚP 12, THPT

Giảng viên hướng dẫn : TS. Nguyễn Chí Thành
Sinh viên thực hiện : Nguyễn Tuấn Điệp
Dương Văn Lựu
Đỗ Xuân Tài
Lớp: QH2007S Toán

I. DẪN NHẬP

Hàm số là khái niệm quan trọng trong toán học hiện đại và trong nội dung dạy học (DH) toán ở trường phổ thông tại Việt Nam. Nội dung hàm số được đưa vào giảng dạy cho học sinh (HS) ở hầu hết các lớp ở trường phổ thông (PT) như các lớp 7, 9, 10, 11, 12. Đặc biệt, ở lớp 12, nội dung này được đưa vào giảng dạy với thời lượng khoảng 40% so với cả chương trình (CT) Giải tích 12. Mặt khác, các câu hỏi về hàm số như khảo sát và vẽ đồ thị hàm số, cực trị của hàm số luôn có mặt trong tất cả các đề thi tốt nghiệp phổ thông và đề thi tuyển sinh đại học, cao đẳng. Nhiều nghiên cứu đã chỉ ra rằng HS gặp khá nhiều khó khăn khi bắt đầu vào học nội dung này.

Các bài toán thực tế xuất hiện ngày càng nhiều trong DH toán, vật lý, hóa học và sinh học**.** Trong DH ở trung học phổ thông (THPT), khi cần đến một sự hình thức hóa toán học để hỗ trợ nghiên cứu các bài toán thực tế, sự hình thức hóa này được điều khiển qua các mô hình toán học. Trong việc mô hình hoá hàm số, có nhiều bài toán thể hiện chúng như: bài toán tính diện tích, bài toán chuyển động, bài toán tính thể tích. Chúng tôi chọn bài toán tính diện tích để minh hoạ cho việc DH mô hình hoá hàm số của đề tài.

Hiện nay có nhiều công cụ hiện đại như phần mềm, máy tính bỏ túi…có thể hỗ trợ việc mô hình hóa. Vậy tác động phản hồi từ môi trường truyền thống giấy bút - thước kẻ trong DH mô hình hoá như thế nào? Tác động phản hồi từ môi trường tích hợp công nghệ thông tin (CNTT) như các phần mềm DH ra sao?

SGK hiện nay chưa có các hoạt động với phần mềm DH. Tuy nhiên trong thực tế giảng dạy ở nhiều trường phổ thông hiện nay, các phần mềm DH bước đầu được nhiều GV quan tâm sử dụng như Cabri, Geospace,… Song *"việc sử dụng chỉ dừng ở mức độ minh hoạ tính chất và mô phỏng chuyển động của hình trong các bài giảng điện tử của môn hình học"*. (Nguyễn Chí Thành, 2007).

Trong các phần mềm dạy học Cabri II Plus lôi cuốn chúng tôi nhiều nhất bởi nó có một giao diện thân thiện với các biểu tượng, câu lệnh dễ nhớ. Cabri II Plus là một *vi thế giới* đã được Việt hoá, có tính tương tác cao, có thể tạo ra hình vẽ trực quan, và những hình ảnh này dễ dàng thay đổi vị trí bằng các thao tác "rê" chuột. Điều này đặt ra câu hỏi về việc làm thế nào có thể nâng cao vai trò của phần mềm DH Cabri II Plus trong DH Toán ở trường phổ thông tại Việt Nam.

Hiện nay đã có một số nghiên cứu về sử dụng phần mềm Cabri trong DH Toán của một số sinh viên như Trịnh Thanh Thùy (K46), Nguyễn thị Thu (K46), Nguyễn Đức Thắng (Cao học Toán, 2007), Nguyễn thị Xuân (Cao học Toán 2007) tuy nhiên chưa có nghiên cứu về sử dụng phần mêm trong dạy học mô hình hóa hàm số.

Những ghi nhận ban đầu trên đưa chúng tôi đến một số ***nhiệm vụ nghiên cứu*** sau:

1. Xác định những tình huống và dạng bài tập về mô hình hoá hàm số trong CT Toán PT**,** SGK 2006.
2. Sử dụng phần mềm này để xây dựng nội dung DH các bài toán liên quan đến mô hình hoá khái niệm hàm số như tính diện tích.
3. Thực nghiệm một số giáo án đề xuất trong nghiên cứu.

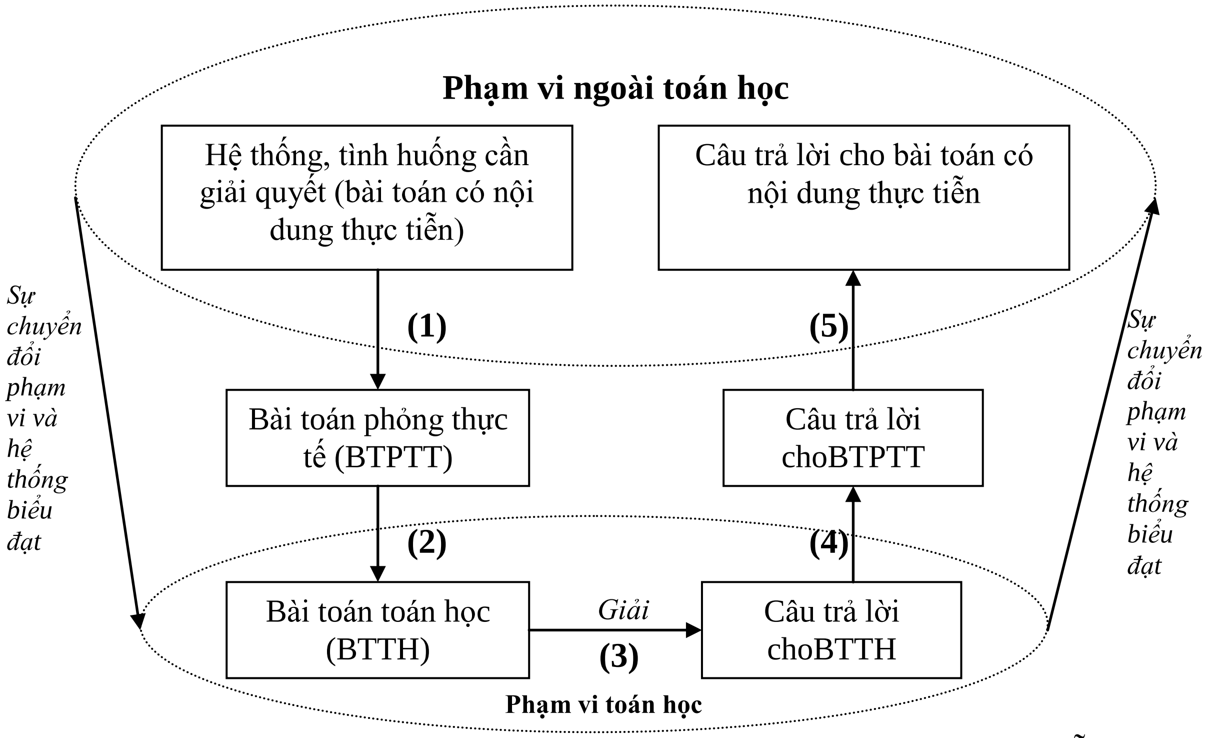
Để thực hiện các nhiệm vụ này, chúng tôi dự sử dụng các ***phương pháp nghiên cứu*** sau:

- Phân tích CT và sách giáo khoa (SGK), sách giáo viên Đại số 10, Giải tích 12, tài liệu hướng dẫn giảng dạy trong CT được thực hiện từ năm 2006.
- Xây dựng thực nghiệm trên môi trường giấy bút truyền thống và trên phần mềm Cabri, để biết được tác động từ môi trường trong việc DH mô hình hoá hàm số.

CƠ SỞ LÍ LUẬN CỦA ĐỀ TÀI

Mô hình là một đối tượng cụ thể nào đó dùng thay thế cho một nguyên bản tương xứng để có thể giải quyết một nhiệm vụ nhất định trên cơ sở sự đồng dạng về cấu trúc và chức năng. **Mô hình toán học** là một mô hình biểu diễn toán học của những mặt chủ yếu của một nguyên bản theo một nhiệm vụ nào đó, trong phạm vi giới hạn, với một độ chính xác vừa đủ và trong dạng thích hợp cho sử dụng. Cụ thể hơn, mô hình toán học là các công thức để tính toán các quá trình hoá học, vật lý, sinh học,… được mô phỏng từ hệ thống thực.

Quá trình mô hình hoá toán học được minh hoạ bằng sơ đồ sau:



Quy trình mô hình hoá một hệ ngoài toán học, Coulange (1997) (trích dẫn trong Nguyễn Chí Thành (2007)

Bước (1): Tiến hành mô tả các vấn đề bản chất của một hệ thống, tình huống cần giải quyết (bài toán có nội dung thực tiễn) để đưa vào một bài toán phỏng thực tiễn (BTPTT) bằng cách: loại bỏ những chi tiết không quan trọng làm cho bài toán có nội dung thực tiễn trở nên dễ hiểu và dễ nắm bắt hơn. Từ đó, xác định các yếu tố, khía cạnh cốt lõi của hệ thống. Rút ra những mối liên hệ, điều kiện, ràng buộc liên quan đến các yếu tố cốt lõi của hệ thống.

Bước (2): Chuyển từ một BTPTT thành bài toán toán học (BTTH) bằng cách sử dụng hệ thống biểu đạt, công cụ toán học. Như vậy, mô hình hóa toán học là trừu tượng hóa dưới dạng ngôn ngữ toán học của hiện tượng thực tế, cần phải được xây dựng sao cho việc phân tích nó cho phép ta hiểu được bản chất của hiện tượng. Mô hình toán học thiết lập các mối liên hệ giữa các biến số và các tham số điều khiển hiện tượng. Như vậy, sau hai bước đầu ta đã phát biểu được bài toán cần giải.

Bước (3): Tìm và áp dụng các công cụ toán học để giải BTTH.

Bước (4): Nhìn lại các thao tác đã làm ở bước (2) để chuyển ngược lại từ câu trả lời của bài toán toán học sang câu trả lời cho BTPTT.

Trong bước này cần phải xác lập mức độ phù hợp với mô hình lí thuyết với vấn đề thực tế mà nó mô tả. Để thực hiện bước này, có thể làm thực nghiệm hoặc áp dụng phương pháp phân tích chuyên gia.

Ở đây có 2 khả năng :

Khả năng 1. Các kết quả tính phù hợp với thực tế. Khi đó có thể áp dụng nó vào việc giải quyết vấn đề thực tế đặt ra.

Khả năng 2. Các kết quả tính toán không phù hợp với thực tế. Trong trường hợp này cần phải xem xét các nguyên nhân của nó. Nguyên nhân đầu tiên có thể do các kết quả tính toán trong bước 3 là chưa có đủ độ chính xác cần thiết. khi đó cần phải xem lại các thực tế cũng như các CT tính toán trong bước này. Một nguyên nhân khác rất có thể là do mô hình xây dựng chưa phản ánh được đầy đủ hiện tượng thực tế. Nếu vậy, cần phải rà soát lại bước 1, trong việc xây dựng mô hình định tính có yếu tố hoặc quy luật nào bỏ xót không ? Cuối cùng, cần phải xem xét hoặc xây dựng lại mô hính toán học ở bước 2.

Bước (5): Phân tích kết quả thu được từ BTPTT, nhìn lại những gì đã làm ở bước (1) để chuyển từ câu trả của BTPTT sang câu trả lời cho bài toán có nội dung thực tiễn.

Như vậy, quá trình mô hình hoá toán học đã khai thác việc sử dụng mô hình toán học kết hợp với sự chuyển đổi phạm vi và hệ thống biểu đạt. Điều đó đã tạo nên thế mạnh của quá trình mô hình hoá toán học: giải quyết được nhiều vấn đề phức tạp, đa dạng trong nhiều phạm vi ngoài toán học.

Theo tác giả Lê Văn Tiến (2005), **DH mô hình hoá** là DH cách thức xây dựng mô hình toán học của thực tiễn, nhắm tới trả lời cho những câu hỏi, vấn đề nảy sinh từ thực tiễn. Từ đó, một quy trình DH tương ứng có thể là: *DH tri thức toán học lý thuyết → vận dụng các tri thức này vào việc giải các bài toán thực tiễn và do đó vào việc xây dựng mô hình của thực tiễn.* Tuy nhiên, quy trình này làm mất đi vai trò động cơ của các bài toán thực tiễn và do đó làm mất đi nguồn gốc thực tiễn của các tri thức toán học: *tri thức toán học không còn nảy sinh từ nhu cầu giải quyết các bài toán thực tiễn*. Quan niệm "**DH bằng mô hình hoá**" cho phép khắc phục khiếm khuyết này. Theo quan niệm này, vấn đề là DH toán thông qua DH mô hình hoá. Như vậy, tri thức toán học cần giảng dạy sẽ nảy sinh qua quá trình giải quyết các bài toán thực tiễn. Quy trình DH tương ứng có thể là: *Bài toán thực tiễn → Xây dựng mô hình toán học → Câu trả lời cho bài toán thực tiễn → Tri thức cần giảng dạy → Vận dụng tri thức này vào giải các bài toán thực tiễn.*

II. KẾT QUẢ NGHIÊN CỨU

Kết quả phân tích CT và SGK, sách giáo viên Đại số 10, Giải tích 12, tài liệu hướng dẫn giảng dạy trong CT được thực hiện từ năm 2006

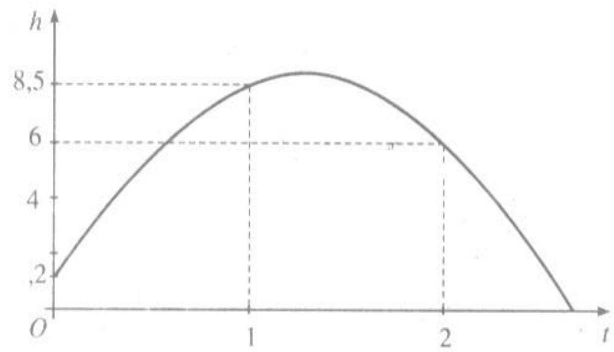
Ở phần này chúng tôi tập trung đến một số bài toán diện tích trong CT toán phổ thông.

Trong Đại số-Giải tích, người ta sử dụng "đường cong - đồ thị hàm số" như một công cụ hữu hiệu để nghiên cứu hàm số. Nghiên cứu này chỉ tập trung nghiên cứu các vấn đề về hàm số, đồ thị kết hợp với DH mô hình hoá hàm số thông qua bài toán tính diện tích. Chúng được trình bày chủ yếu trong các SGK Đại số 10, Giải tích 12.

Một ví dụ bài toán thực tế mà SGK ĐS10NC đưa ra như sau:

"Bài 37 trang 60 SGK ĐS10 NC

Bài toán bóng đá: Khi một quả bóng được đá lên, nó sẽ đạt đến độ cao nào đó rồi rơi xuống. Biết rằng quỹ đạo của quả bóng là một cung parabol trong mặt phẳng với hệ trục toạ độ Oth, trong đó t là thời gian (tính bằng giây), kể từ khi quả bóng được đá lên; h là độ cao (tính bằng mét) của quả bóng. Giả thiết rằng quả bóng được đá từ độ cao 1,2m. Sau đó 1 giây, nó đạt đến độ cao 8,5m và 2 giây sau khi đá lên, nó ở độ cao 6m.



Hình 2.21

a) Hãy tìm hàm số bậc hai biểu thị độ cao h theo thời gian t và có phần đồ thị trùng với quỹ đạo của quả bóng trong tình huống trên.
b) Xác định độ cao lớn nhất của quả bóng (tính chính xác đến hàng phần nghìn).
c) Sau bao lâu thì quả bóng sẽ chạm đất kể từ khi đá lên(tính chính xác đến hàng phần trăm).

Nhận xét: Tất cả các bài toán thực tế của hai chương trong SGK có chung đặc điểm như sau: Dữ liệu bài toán vừa đủ, không thừa, không thiếu. Trong các bài toán này, vấn đề chọn biến để tìm ra được công thức của hàm số thì đề bài đã chọn sẵn, HS không có nhiệm vụ chọn biến. Ngoài ra, mỗi bài toán điều có hình vẽ minh họa trong hệ trục tọa độ vuông góc.

Từ đó cho thấy, năm bước của quá trình mô hình hoá đã phần nào được CT, SGK quan tâm. Nhưng thực tế cho thấy nó bị xem nhẹ và không là mục tiêu nhắm đến của chương, chúng chỉ mang nặng tính hình thức. Tham chiếu với năm bước của quá trình mô hình hoá một bài toán thực phỏng thực tế, ta thấy:

Bước 1*: Những bài toán thực tế được đưa ra chỉ là những bài toán toán học hoặc phỏng thực tế nên bước 1 không có điều kiện xuất hiện.*

Bước 2*: Việc chuyển từ bài toán phỏng thực tế sang bài toán toán học (hàm số bậc hai) chỉ mang tính hình thức.*

Bước 3*: Việc giải bài toán toán học được chú trọng đến cả chi tiết tiến trình giải lẫn kết quả. Trong khi chỉ cần kết quả đúng để cung cấp cho bài toán phỏng thực tế.*

Bước 4*: Khâu chuyển từ kết quả của bài toán toán học sang bài toán phỏng thực tế thường chỉ mang tính hình thức: kết quả đa phần là trùng nhau. Bài toán phỏng thực tế bao giờ cũng có nghiệm.*

Với tư tưởng từ trực quan sinh động đến tư duy trừu tượng; đồ thị được xem là phương tiện chủ yếu để khảo sát hàm số trong CTĐS 10NC.

Chúng tôi nhận thấy CT, SGK chưa chú trọng khai thác việc DH mô hình hoá hàm số. Đặc biệt, DH mô hình hoá hàm số thông qua bài toán diện tích chỉ có 1 bài tập xuất hiện.

Ở lớp 12, do đã đủ công cụ để khảo sát hàm số và đồ thị dùng để minh họa các tính chất của hàm số nên các bài tập mang tính chất thực tế có số lượng tăng lên đáng kể. Từ đó cho thấy DH mô hình hoá hàm số được quan tâm sâu sắc hơn. Hơn thế nữa, các bài toán về mô hình hóa hàm số bằng bài toán diện tích chiếm số lượng lớn hơn.
Sau khi phân tích CT, SGK chúng tôi thấy đối với các bài toán diện tích có ở trong SGK thường HS không có nhiệm vụ chọn biến để thiết lập hàm số và chọn ngay hàm số được nghiên cứu ở phần bài giảng mà không tìm tòi dựa vào các PP giải khác. Như vậy chúng tôi đề xuất xây dựng nội dung DH các bài toán trong đó HS có thể thực hiện đầy đủ các bước mô hình hóa.

Sử dụng phần mềm Cabri để xây dựng nội dung DH các bài toán liên quan đến mô hình hoá khái niệm hàm số như tính diện tích

Bài toán thứ nhất

<u>Bài toán</u>: Cho một tam giác đều ABC cạnh a. Người ta dựng một hình chữ nhật MNPQ có cạnh MN nằm trên cạnh BC, hai đỉnh P và Q theo thứ tự nằm trên hai cạnh AC và AB của tam giác. Xác định vị trí của điểm M sao cho hình chữ nhật có diện tích lớn nhất và tìm giá trị lớn nhất đó.

<u>Yêu cầu:</u> Hãy vẽ hình minh họa và giải bài toán trên.

Phân tích bài toán:

Kịch bản

- Phát phiếu làm bài cho HS trong tiết "Ôn tập chương I" phần Giải tích.
- Phát phiếu làm bài cho HS trong tiết "Bài tập thể tích khối tứ diện" phần Hình học.
- Phát phiếu làm bài cho HS đang trong tiết sinh hoạt ngoại khóa.

HS làm việc cá nhân trong 30 phút.

Kiến thức liên quan:

- Các phép toán cộng, trừ, nhân, chia; Công thức tính diện tích tam giác; Định lý Thalet; Hệ quả và ứng dụng bất đẳng thức Cô-si; Các ứng dụng của đạo hàm vào khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số.

a. *<u>Biến được sử dụng khi thiết kế tình huống</u>*

Hình dạng tam giác đặt ra:

- Nếu tam giác đều thì HS dễ dàng thiết lập biểu thức S(x): diện tích hình chữ nhật MNPQ theo biến x = BM. Khi đó, HS sẽ tìm cực trị là dựa vào bảng biến thiên của S(x). Hoặc, HS có thể giải bằng công cụ hình học, đại số. Nếu tam giác bất kỳ thì việc chọn biến khó khăn hơn. Lúc này HS sẽ giải bài toán theo chiến lược hình học cũng gặp khó khăn do không tìm được độ dài cạnh và số đo góc theo một giá trị nào.

<u>b. Chiến lược giải:</u>

* $\mathbf{S_{giảitích1}}$: Đặt BM = x ($0<x<\frac{a}{2}$); Lập biểu thức hàm số S(x); Lập bảng biến thiên dựa vào đạo hàm, kết luận.

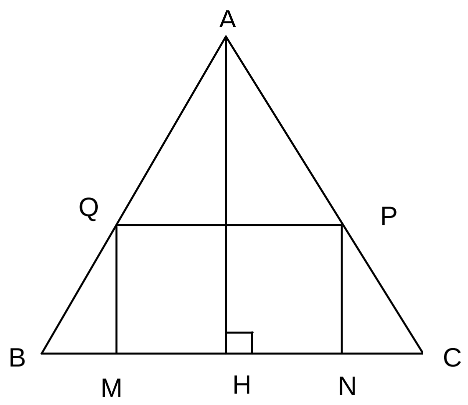
* $\mathbf{S_{giảitích2}}$: Đặt BM = x ($0<x<\frac{a}{2}$); Lập biểu thức hàm số S(x); Sử dụng bất đẳng thức Cô-si, kết luận.

* $\mathbf{S_{giảitích3}}$: Đặt MN = x ($0 < x < a$) ; Lập biểu thức hàm số S(x) ; Sử dụng bất đẳng thức Cô-si, kết luận.

Vấn đề chọn biến, SGK mong muốn HS chọn x = BM. Nhưng qua phân tích 3 chiến lược giải tích trên, chúng tôi nhận thấy:

- Nếu HS chọn biến x = BM (hoặc x = QM , hay x = MN) thì HS giải theo $S_{giảitích1}$ ít gặp khó khăn vì dù chọn biến nào thì cũng lập được biểu thức hàm số, lập bảng biến thiên, kết luận.

- Nếu HS giải theo cách dùng bất đẳng thức Cô-Si khi có biểu thức hàm số thì khi chọn x = BM suy ra S(x) = (a – 2x). $x\sqrt{3}$, HS gặp khó khăn khi phân tích về dạng tổng là hằng số. Khi chọn x = MN suy ra S(x) = $\frac{a-x}{2}.x.\sqrt{3} = \frac{\sqrt{3}}{2}$(a – x) x, HS nhận dạng tổng a – x và x là hằng số.



c.3. Chiến lược hình học: $\mathbf{S_{hìnhhọc}}$

Do tam giác ABC đều nên H là trung điểm của BC.

Ta có : S_{MNPQ} = MN. MQ = 2MH. MQ

Mà $\frac{MQ}{AH} = \frac{BM}{BH} \Rightarrow MQ = \frac{AH.BM}{BH} \Rightarrow S_{MNPQ} = \frac{2MH.BM.AH}{BH}$

S_{MNPQ} lớn nhất khi MH. BM lớn nhất (vì $\frac{AH}{BH} = \frac{a\frac{\sqrt{3}}{2}}{\frac{1}{2}a} = \sqrt{3}$ không đổi) mà MH + BM = BH = $\frac{1}{2}BC$ (const) $\Rightarrow$ MH. BM lớn nhất khi MH = BM $\Rightarrow$ M là trung điểm của BH hay $BM = \frac{1}{4}BC = \frac{a}{4}$ và GTLN của diện tích hình chữ nhật là S = $\frac{\sqrt{3}}{8}a^2$.

Chiến lược hình học là một chiến lược không dễ đối với HS để giải ra được kết quả đúng. Nhưng khi vào giải bài toán trên chúng tôi nghĩ rằng HS sẽ bắt đầu bằng chiến lược hình học vì bài toán được phát biểu bằng ngôn ngữ hình học.

Thực nghiệm sư phạm

Quá trình thực nghiệm tại một lớp 10 THPT cho thấy so với các chiến lược khác, $S_{giảitích}$ chiếm tỉ lệ cao nhất, mặc dù bài toán được thiết kế bằng ngôn ngữ hình học, khá thuận lợi cho $S_{hìnhhọc}$ nhưng thực tế cho thấy HS vận dụng kiến thức hình học để giải chiếm 19,5% thấp hơn nhiều so với tỉ lệ HS sử dụng kiến thức giải tích để giải (56,1%). Để lý giải cho hiện tượng này chúng tôi xin trích dẫn một bài làm của HS như sau:

MNPQ là hình chữ nhật

$\Rightarrow \begin{cases} MN = PQ \\ MQ = NP \\ QM \perp MN \end{cases}$

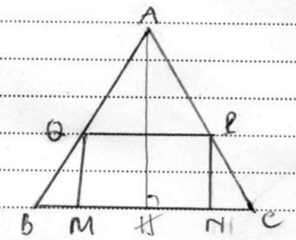
$\Rightarrow S_{MNPQ} = S_{\Delta ABC} - S_{\Delta AQP} - 2S_{\Delta BQM}$

Gọi I là giao điểm của AH và QP.

$S_{\Delta AQP} = \frac{1}{2} AI \cdot QP$

Do ΔAQP đều $\Rightarrow S_{AQP} = \frac{1}{2} AQ \cdot AP \sin 60^\circ = \frac{1}{2} AQ^2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{\sqrt{3}\, AQ^2}{4}$

$S_{\Delta QBM} = \frac{1}{2} QM \cdot BM = \frac{1}{2}$



MNPQ là hình chữ nhật $\Rightarrow \begin{cases} MN = QP \\ MQ = NP \\ QM \perp MN \end{cases} \Rightarrow S_{MNPQ} = S_{\Delta ABC} - S_{\Delta AQP} - 2S_{\Delta BQM} = \frac{a^2\sqrt{3}}{4} - S_{\Delta AQP} - 2S_{\Delta BQM}$

$S_{\Delta AQP} = \frac{1}{2} QA^2 \cdot \sin 60^\circ$

với $\frac{QA}{BA} = \frac{MH}{BH}$. Đặt $MH = x \Rightarrow QA = \frac{x \cdot a}{\frac{a}{2}} = 2x$

$\Rightarrow S_{\Delta AQP} = \frac{1}{2}(2x)^2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \sqrt{3}\,x^2$

$S_{\Delta BQM} = \frac{1}{2} QM \cdot BM$

$\frac{QM}{AH} = \frac{BM}{BH} \Rightarrow QM = \frac{BM \cdot AH}{BH}$ (với $BM = \frac{a}{2} - x$)

$S_{\Delta BQM} = \frac{1}{2} \frac{BM^2 \cdot AH}{BH} = \frac{1}{2}\left(\frac{a}{2} - x\right)^2 \cdot \frac{\frac{a\sqrt{3}}{2}}{\frac{a}{2}}$

$S_{MNPQ} = \frac{a^2\sqrt{3}}{4} - \left(\sqrt{3}x^2 + \frac{\left(\frac{a}{2} - x\right)^2 \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} \cdot 2}{a}\right) = ax\sqrt{3} - 2x^2\sqrt{3}$

$S'_{MNPQ} = a\sqrt{3} - 4x\sqrt{3}$

$S'_{MNPQ} = 0 \Rightarrow x = \frac{a}{4}$

x	$-\infty$		$\frac{a}{4}$		$+\infty$
S'_{MNPQ}		+	0	−	
S_{MNPQ}		↗		↘	

Diện tích MNPQ lớn nhất khi $x = \frac{a}{4} \Rightarrow$ M là trung điểm BH

$\Rightarrow$ Q là trung điểm AB.

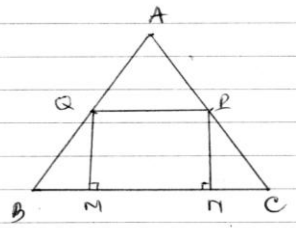
R

Rõ ràng HS này đã giải bằng phương pháp vận dụng các kiến thức hình học nhưng thất bại. Các em chuyển sang cách giải khác là chọn biến x là một cạnh nào đó có liên quan đến điểm M. Từ đó cho thấy HS lớp này đã chuyển bài toán từ phạm vi Hình học sang phạm vi Đại số - Giải tích để giải. Ngoài hai bài giải trích dẫn trên, còn 15 bài giải khác, chúng tôi quan sát giấy nháp của 15 HS này, thấy các em cũng suy nghĩ giải theo hướng hình học nhưng trong giấy bài làm thì các em làm theo $S_{\text{giảitích}}$.

Vấn đề chọn biến, SGK mong muốn HS sẽ đặt BM = x nhưng HS giải bài toán bằng cách chọn biến là MN = x, có một số HS sẽ chọn biến là QM = x và các HS này giải bài toán khá thuận lợi ít gặp khó khăn. Từ đó cho thấy các bài toán thực tế liên quan đến mô hình hóa hàm số trong SGK, việc chọn biến đã được đề bài cho sẵn hoặc định hướng sẵn. Dù HS chọn biến là MN, QM, PM, MC,... thì việc tìm ra vị trí điểm M khá dễ dàng.

2) Phiếu làm bài của HS trong tiết Hình học như sau:

Bài toán được phát biểu bằng "ngôn ngữ hình học" được đặt trong "môi trường hình học" được HS giải theo chiến lược hình học chiếm tỉ lệ cao (63,2%) so với chiến lược giải tích (15,7%). Theo quan sát của chúng tôi, các em tập trung suy nghĩ và giải bài toán bằng các kiến thức hình học nhưng số lượng HS ra được kết quả đúng chỉ có 9/24HS giải theo $S_{hìnhhoc}$. Trong 9 bài giải này có 4 bài là các em dự đoán trước như bài giải của HS sau đây:



Hình chữ nhật có diện tích lớn nhất sẽ là hình vuông

Vậy để S_{MNPQ} max thì MNPQ là hình vuông

$\Leftrightarrow MN = MQ = QP$

Do ΔABC đều nên MNPQ là hình vuông khi Q, P lần lượt là trung điểm của AB và CA

$\Rightarrow$ M chia đoạn BC sao cho $MC = 3MB$

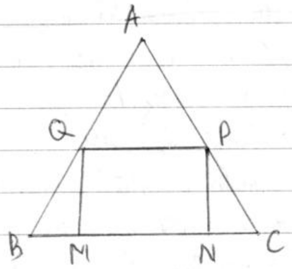
$\Rightarrow S = MN . MQ$

$\left.\begin{array}{l} MN = a - 2MB \\ MQ = BM . \tan 60^\circ \end{array}\right\} \Rightarrow S = (a - 2MB). BM. \tan 60^\circ = (a - 2MB).BM.\sqrt{3}$

mà $MC = 3MB \Rightarrow MB = \frac{1}{4} BC = \frac{a}{4}$

$\Rightarrow S = \left(a - \frac{2a}{4}\right). \frac{a}{4}\sqrt{3} = \frac{a^2\sqrt{3}}{8}$

Bài giải của HS có lời giải chưa hoàn toàn thuyết phục, mặc dù kết quả đúng. HS này chưa làm rõ được nội dung: "Q, P lần lượt là trung điểm của AB, AC". Ngoài ra, có một số HS khác áp dụng định lý Thalet lập tỉ lệ tương tự như chiến lược $S_{hìnhhọc}$ mà chúng tôi đưa ra. Tóm lại, đa số HS khi giải bài toán này là không suy nghĩ đến vấn đề chuyển bài toán hình học này sang phạm vi Đại số - Giải tích để giải. Ta quan sát bài giải của một HS theo chiến lược giải tích như sau:



Giả sử $BM = x$, ta có $NC = x$
vì ΔABC đều
$\Rightarrow NP = NC.\tan\hat{C}$
$= x.\sqrt{3}$ (Do $\hat{C} = 60^\circ$)
Diện tích MNPQ là: $MN.NP$
mà $MN = a - BM - NC$
$= a - x - x$
$= a - 2x$
$\Rightarrow S_{MNPQ} = (a-2x).x\sqrt{3}$
S_{MNPQ} lớn nhất khi và chỉ khi $\begin{cases} a-2x \text{ lớn nhất} \\ x\sqrt{3} \end{cases}$
$\Leftrightarrow \begin{cases} a-2x \text{ lớn nhất khi } x \text{ nhỏ nhất} \\ x\sqrt{3} \text{ lớn nhất khi } x \text{ lớn nhất} \end{cases}$
$\Leftrightarrow a - 2x = x\sqrt{3}$
$\Leftrightarrow x = \dfrac{\sqrt{3} - 2 - a}{2}$

Dễ dàng nhận thấy rằng HS giải chưa chính xác, mặc dù hướng đi là đúng. Như vậy có thể nói HS này biết thiết lập được biểu thức hàm số, nhưng chưa biết tìm cực trị của hàm số. Ngoài ra, còn 5/38 bài giải khác theo $S_{giảitich}$, trong đó có 1 bài duy nhất giải theo $S_{giảitich1}$.

3) Phiếu làm bài của HS trong tiết sinh hoạt lớp như sau:

Mặc dù bài toán được thiết kế bằng "ngôn ngữ hình học", tạo điều kiện thuận lợi cho $S_{hìnhhọc}$ xuất hiện, thế nhưng tỉ lệ lời giải thuộc chiến lược giải tích trong tiết sinh hoạt lớp (23,4%) tăng hơn so với tỉ lệ lời giải trong tiết Hình học (15,8%).

Chúng tôi nhận thấy rằng chiến lược hình học (63,3%) vẫn chiếm ưu thế, điều này cho thấy trong quan niệm của HS khi bài toán được phát biểu bằng ngôn ngữ nào thì được giải bằng ngôn ngữ đó. Nhưng nếu có kết hợp thêm ngữ cảnh thông báo bài toán thì bài toán trong ngữ cảnh nào HS sẽ sử dụng kiến thức của ngữ cảnh đó để giải quyết bài toán.

4). Ngoài ra, từ bảng thống kê chúng tôi nhận thấy có 22/109 (20,2%) HS vẽ hình được nhưng không biết giải bài toán. Vấn đề này có thể lý giải như sau:

+ Bài toán thực tế (chúng tôi quan niệm bài toán hình học đặt ra trong SGK Giải tích là bài toán thực tế) đối với HS chưa được học nhiều trong CT phổ thông.

+ HS chưa biết cách chuyển bài toán từ phạm vi hình học sang phạm vi giải tích để giải cho nhanh. Thời gian làm bài 30 phút, để giải được bài này theo suy nghĩ của các em là không đủ. Quan sát giấy nháp của 22 HS này chúng tôi thấy có 10HS cũng giải theo $S_{giảitich}$, $S_{hìnhhọc}$, nhưng chưa có bài giải nào cho điểm được.

Phân tích cho thấy số lượng HS giải theo $S_{giảitich}$ có 36/109HS, trong 36 bài giải đó có 10HS giải theo $S_{giảitich1}$, chiếm 9,2%, một tỷ lệ khá thấp. Mặc dù là bài toán trong SGK GTNC12, nhưng trong quá trình giảng dạy cho HS chương này chúng tôi thống nhất chỉ đưa bài tập trên giấy ứng dụng trực tiếp cho lý thuyết vừa học, không yêu cầu HS giải các bài tập SGK.

KẾT LUẬN

Để việc ứng dụng phần mềm Cabri vào DH nói chung và DH toán nói riêng phát huy được hiệu quả cao thì người thầy cần phải cân nhắc kĩ lưỡng đối với từng tiết học, bài giảng cụ thể khéo léo xây dựng và giải quyết được các tình huống sư phạm. Hiệu quả của một tiết học không phụ thuộc vào hàm lượng ứng dụng CNTT trong bài giảng, mà phụ thuộc vào việc sử dụng phần mềm đó đạt kết quả như thế nào. Với phần mềm này giáo viên có thể có các ứng dụng khác như cho HS thao tác tìm hiểu, chủ động tích cực trong việc giải các bài toán. Đây cũng là một phương pháp mới, trong đó HS được chủ động thao tác với máy tính, với những bài giảng mà các thầy cô đã thiết kế trước.

Trong NC này chúng tôi đã phân tích CT-SGK để xác định các dạng toán liên quan đến bài toán mô hình hóa và bài toán diện tích trong CT toán phổ thông. Phân tích của chúng tôi chỉ ra rằng CT, SGK chưa chú trọng đến DH mô hình hóa. Các BT trong đó xuất hiện quy trình mô hình hóa chủ yếu là một số bài toán diện tích. Tuy nhiên các bước của quy trình cũng chưa được thực hiện thật đầy đủ.

Vì vậy chúng tôi đã sử dụng phần mềm Cabri II Plus trong việc xây dựng một số giáo án DH mô hình hóa. Phần mềm là công cụ nối giữa hình học và đại số, hình học và giải tích; giúp HS gắn kết các kiến thức của các phân môn khác nhau của toán học và giúp HS trong việc kiểm chứng mô hình, khảo sát các tính chất của mô hình và nhất là trong việc chọn biến để thiết lập hàm số.

Nắm vững phương pháp trên, sẽ giúp HS có thêm phương pháp mới để nghiên cứu sâu hơn về lớp các bài toán cực trị trong hình học với sự hỗ trợ của máy tính điện tử.Phần mềm Cabri cũng tạo niềm đam mê toán học cho HS: Những khái niệm khó trước đây như giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của một đối tượng hình học chỉ được hình dung tư duy, nay được dựng mô phỏng trên máy tính điện tử một cách trực quan, sinh động. Điều này mở ra sự sáng tạo cho HS khá giỏi, có thể tự mình thiết lập và giải toán các bài toán cực trị trong CT Toán THPT.

TÀI LIỆU THAM KHẢO

1. Nguyễn Huy Đoan (chủ biên), (2006), *SBT Đại số 10 nâng cao*, NXBGD Việt Nam
2. Nguyễn Huy Đoan (chủ biên), (2008), *SBT Giải tích 12 nâng cao*, NXBGD Việt Nam
3. Phạm Thanh Phương (2006), *Dạy và học toán với phần mền Cabri – Hình học phẳng,* NXBGD Việt Nam
4. Nguyễn Chí Thành(2007), "*Ứng dụng phần mềm Cabri trong dạy và học môn Toán ở trường phổ thông*", Tạp chí Giáo dục, N°166
5. Lê Văn Tiến (2006), *Phương pháp dạy học các tình huống điển hình ở trường THPT*, NXB ĐHQG Tp Hồ Chí Minh
6. Đoàn Quỳnh (Tổng chủ biên), Nguyễn Huy Đoan (chủ biên)(2006), *SGK Đại số 10 nâng ca*o, NXBGD Việt Nam
7. Đoàn Quỳnh (tổng chủ biên), Nguyễn Huy Đoan (chủ biên)(2008), *SGK Giải tích 12, nâng cao*, NXBGD Việt Nam