

# TÍNH TOÁN DÒNG BAO QUANH VẬT THỂ CHUYỂN ĐỘNG DỰA TRÊN LỜI GIẢI CỦA HỆ PHƯƠNG TRÌNH NAVIER-STOKES KHÔNG NÉN ĐƯỢC

TS Nguyễn Thế Đức, GS TSKH Dương Ngọc Hải,  
Viện Khoa học và Công nghệ Việt Nam

**Tóm tắt:** Một xu hướng hiện đại đang phát triển trong tính toán động lực học dòng chảy là dự báo các dòng kỹ thuật thực tế dựa trên lời giải của hệ phương trình Navier-Stokes. Đối với việc nghiên cứu khí động lực học các dòng có vận tốc thấp, giả thiết không nén được không chỉ phù hợp mà còn cần thiết do các phương pháp giải hệ phương trình Navier-Stokes nên được thường rất khó hội tụ đối với các dòng có số Mach thấp. Báo cáo trình bày một phương pháp giải hệ phương trình Navier-Stokes không nén được trong hệ tọa độ cong theo hình dạng vật thể. Phương pháp được sử dụng để tính toán dòng bao quanh một hình trụ tròn và dòng bao quanh một đầu hình bán cầu của vật thể hình trụ và các kết quả tính toán được so sánh với dữ liệu thí nghiệm. Cuối cùng, tính toán dòng bao quanh một vật thể dạng thân máy bay có cánh được trình bày cho thấy khả năng của phương pháp đối với dạng hình học phức tạp ba chiều.

## 1. Giới thiệu

Trong thời gian gần đây, phương pháp giải hệ phương trình Navier-Stokes để tính toán động lực học dòng chảy đã được coi là một phương pháp quan trọng và cần thiết trong nghiên cứu các dòng kỹ thuật, bao gồm cả động lực học của vật thể bay. Có hai lý do quan trọng dẫn đến sự phát triển nhanh chóng và áp dụng rộng rãi của phương pháp nghiên cứu này: thứ nhất là sự phát triển nhanh chóng của năng lực máy tính trong thời gian gần đây, thứ hai là sự phát triển và cạnh tranh mạnh mẽ của thị trường công nghệ tạo ra nhiều dạng thiết kế mới dẫn đến việc tính toán dựa trên các công thức thực nghiệm hay các phương pháp giải số đơn giản hoá không còn đáp ứng được yêu cầu chung.

Mặc dù việc giải số hệ phương trình Navier-Stokes nên được là tương đối thuận tiện do các phương trình trong hệ đều có dạng phương trình truyền chất thông thường, giải số hệ phương trình Navier-Stokes không nên vẫn được quan tâm nghiên cứu rộng rãi do 2 lý do sau:

- Thứ nhất, giả thiết không nén được là phù hợp với các dòng với vận tốc tương đối thấp
- Thứ hai, quan trọng hơn, các phương pháp giải số hệ phương trình nên được thông thường đều rất khó hội tụ khi áp dụng cho những dòng có số Mach thấp. Nguyên nhân dẫn đến hiện tượng này là đặc tính cứng hội tụ yếu (ill-conditioned stiff) của hệ phương trình sai phân nhận được và tiêu chuẩn số CFL tiệm cận tới không khi số Mach giảm đi.

Trên thực tế, phương pháp giải số hệ phương trình Navier-Stokes không nên được phát triển chậm hơn phương pháp giải số hệ phương trình Navier-Stokes nên được. Khó khăn chủ yếu để thu được lời giải của hệ phương trình Navier-Stokes không nên được là không có một phương trình hiện cho áp suất. Vì vậy, vấn đề cần giải quyết là liên kết sự thay đổi của trường vận tốc với sự thay đổi của trường áp suất thông qua phương trình liên tục. Cho tới nay, đã có một số phương pháp giải khác nhau được phát triển cho hệ phương trình này. Ví dụ phương pháp sử dụng hàm xoáy và hàm dòng đã được sử dụng thường xuyên cho các bài toán 2 chiều, tuy nhiên không có sự mở rộng trực tiếp của phương pháp này cho các bài toán 3 chiều.

Các phương pháp khác làm việc với biến nguyên thủy (áp suất và các thành phần vận tốc) và có thể được phân chia thành 2 nhóm. Nhóm phương pháp thứ nhất thường được gọi là các phương pháp dựa trên áp suất (pressure-based methods). Trong các phương pháp này, trường áp suất được giải bằng việc tổ hợp các phương trình động lượng và phương trình liên tục để định dạng phương trình cho áp suất hoặc cho hiệu chỉnh áp suất (Partankar, 1980; Vandoorman và cộng sự, 1984).

Nhóm phương pháp thứ hai đưa vào sử dụng công thức nén giả. Ý tưởng này được giới thiệu lần đầu tiên bởi Chorin (1967) để sử dụng trong việc thu nhận lời giải trạng thái dừng

cho dòng không nén được. Một số tác giả khác đã sử dụng thành công phương pháp này trong việc tính toán cho các bài toán không dừng. Ví dụ, Mercle và Athavale (1987) đã đưa ra lời giải không dừng sử dụng phương pháp này cho hệ tọa độ cong tổng quát 2 chiều.

Nội dung bài báo trình bày phương pháp tính toán các dòng chảy bao quanh vật thể dựa trên cơ sở việc giải hệ phương trình Navier-Stokes không nén được trên hệ tọa độ cong theo biên vật thể. Phương pháp tính toán có thể được thực hiện với lược đồ sai phân thời gian hiện hoặc lược đồ sai phân thời gian ẩn. Cơ sở của phương pháp giải số với sai phân thời gian hiện dựa theo phương pháp của Park và Sankar (1991). Cải tiến cho trường hợp sai phân thời gian ẩn được thực hiện dựa theo nguyên tắc của Roe (1981). Chương trình tính toán với lược đồ sai phân thời gian ẩn là ổn định với bước thời gian lớn và có thể thực hiện tính toán cho các áp dụng thông thường trên máy PC. Phương pháp được kiểm định trên cơ sở so sánh với các số liệu thí nghiệm dòng bao quanh một hình trụ tròn và dòng bao quanh một đầu hình bán cầu của vật thể hình trụ. Cuối cùng, dòng 3 chiều bao quanh một vật thể dạng thân máy bay có cánh được mô phỏng để kiểm tra khả năng của phương pháp và chương trình tính toán đối với dạng hình học phức tạp ba chiều.

## 2. Hệ phương trình mô tả

Trong một hệ tọa độ cong tổng quát  $(\xi, \eta, \zeta)$ , hệ phương trình Navier-Stokes trung bình Reynolds có thể được viết cho các biến không thứ nguyên như sau (Park và Sankar, 1991):

$$\frac{\partial \hat{Q}}{\partial \tau} + \frac{\partial (\hat{E} - \hat{E}_v)}{\partial \xi} + \frac{\partial (\hat{F} - \hat{F}_v)}{\partial \eta} + \frac{\partial (\hat{G} - \hat{G}_v)}{\partial \zeta} = 0 \quad (1)$$

$$\text{trong đó: } \hat{Q} = \frac{1}{J} \begin{bmatrix} 0 \\ u \\ v \\ w \end{bmatrix}; \hat{E} = \frac{1}{J} \begin{bmatrix} U - \xi_t \\ uU + p\xi_x \\ vU + p\xi_y \\ wU + p\xi_z \end{bmatrix}; \hat{F} = \frac{1}{J} \begin{bmatrix} V - \eta_t \\ uV + p\eta_x \\ vV + p\eta_y \\ wV + p\eta_z \end{bmatrix}; \hat{G} = \frac{1}{J} \begin{bmatrix} W - \zeta_t \\ uW + p\zeta_x \\ vW + p\zeta_y \\ wW + p\zeta_z \end{bmatrix}$$

$$\hat{E}_v = \frac{(1 + \nu_t)}{J \cdot \text{Re}} \begin{bmatrix} 0 \\ (\nabla \xi \cdot \nabla \xi)u_\xi + (\nabla \xi \cdot \nabla \eta)u_\eta + (\nabla \xi \cdot \nabla \zeta)u_\zeta \\ (\nabla \xi \cdot \nabla \xi)v_\xi + (\nabla \xi \cdot \nabla \eta)v_\eta + (\nabla \xi \cdot \nabla \zeta)v_\zeta \\ (\nabla \xi \cdot \nabla \xi)w_\xi + (\nabla \xi \cdot \nabla \eta)w_\eta + (\nabla \xi \cdot \nabla \zeta)w_\zeta \end{bmatrix}$$

$$\hat{F}_v = \frac{(1 + \nu_t)}{J \cdot \text{Re}} \begin{bmatrix} 0 \\ (\nabla \eta \cdot \nabla \xi)u_\xi + (\nabla \eta \cdot \nabla \eta)u_\eta + (\nabla \eta \cdot \nabla \zeta)u_\zeta \\ (\nabla \eta \cdot \nabla \xi)v_\xi + (\nabla \eta \cdot \nabla \eta)v_\eta + (\nabla \eta \cdot \nabla \zeta)v_\zeta \\ (\nabla \eta \cdot \nabla \xi)w_\xi + (\nabla \eta \cdot \nabla \eta)w_\eta + (\nabla \eta \cdot \nabla \zeta)w_\zeta \end{bmatrix}$$

$$\hat{G}_v = \frac{(1 + \nu_t)}{J \cdot \text{Re}} \begin{bmatrix} 0 \\ (\nabla \zeta \cdot \nabla \xi)u_\xi + (\nabla \zeta \cdot \nabla \eta)u_\eta + (\nabla \zeta \cdot \nabla \zeta)u_\zeta \\ (\nabla \zeta \cdot \nabla \xi)v_\xi + (\nabla \zeta \cdot \nabla \eta)v_\eta + (\nabla \zeta \cdot \nabla \zeta)v_\zeta \\ (\nabla \zeta \cdot \nabla \xi)w_\xi + (\nabla \zeta \cdot \nabla \eta)w_\eta + (\nabla \zeta \cdot \nabla \zeta)w_\zeta \end{bmatrix}$$

với  $U, V$  và  $W$  các vận tốc nghịch biến:

$$U = \xi_t + u\xi_x + v\xi_y + w\xi_z$$

$$V = \eta_t + u\eta_x + v\eta_y + w\eta_z$$

$$W = \zeta_t + u\zeta_x + v\zeta_y + w\zeta_z$$

và  $J$  là Jacobian của phép biến đổi tọa độ:  $J = \frac{\partial(\xi, \eta, \zeta)}{\partial(x, y, z)}$

Trong các tính toán thử nghiệm được trình bày trong báo cáo này, mô hình  $k-\varepsilon$  của Chien (1982) được sử dụng để đóng kín rối.

### 3. Phương pháp giải số

Hệ phương trình (1) được giải với thuật toán nén giả mở rộng cho dòng không dừng. Đối với dòng dừng, thuật toán được xây dựng trên cơ sở thêm đạo hàm thời gian của áp suất vào phương trình liên tục. Khi đó, hệ phương trình (1) có:

$$\frac{\partial \hat{Q}}{\partial \tau} + \frac{\partial(\hat{E} - \hat{E}_v)}{\partial \xi} + \frac{\partial(\hat{F} - \hat{F}_v)}{\partial \eta} + \frac{\partial(\hat{G} - \hat{G}_v)}{\partial \zeta} = 0 \quad (2)$$

với  $\hat{Q} = \frac{1}{J} \begin{bmatrix} p \\ u \\ v \\ w \end{bmatrix}$ ;  $\tau$  là biến thời gian giả.

Dưới dạng công thức cho trạng thái dừng trên, hệ phương trình được giải từng bước theo thời gian giả cho đến khi đạt tới trạng thái dừng, cũng là lúc phương trình liên tục và các phương trình động lượng được thỏa mãn. Vì lý do này, trong các phương trình động lượng  $t$  được thay thế bằng  $\tau$ , mà nó cũng có thể được coi như là một tham số lặp.

Sự mở rộng thuật toán nén giả cho dòng dừng được xây dựng bằng cách thêm đạo hàm theo thời gian vật lý của các thành phần vận tốc vào các phương trình động lượng trong hệ phương trình (2) (ví dụ xem Mercle và Athavale, 1987; Roger and Kwak, 1988; Park và Sankar, 1991). Hệ phương trình nhận được có thể được viết lại dưới dạng sau đây:

$$\Gamma \frac{\partial \hat{Q}}{\partial \tau} + \Gamma_e \frac{\partial \hat{Q}}{\partial t} + \frac{\partial(\hat{E} - \hat{E}_v)}{\partial \xi} + \frac{\partial(\hat{F} - \hat{F}_v)}{\partial \eta} + \frac{\partial(\hat{G} - \hat{G}_v)}{\partial \zeta} = 0 \quad (3)$$

trong đó  $\hat{Q} = \frac{1}{J} \begin{bmatrix} p \\ u \\ v \\ w \end{bmatrix}$ ;  $\Gamma = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ ;  $\Gamma_e = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

Lời giải không dừng nhận được bằng cách xem lời giải tại mỗi bước thời gian vật lý  $t$  cố định là lời giải dừng nhận khi thời gian giả  $\tau$  trôi đi.

Hệ phương trình (3) được tuyến tính hoá (xem Barth, 1987) và sai phân ẩn bậc một cho các biến thời gian. Các số hạng nhớt được xấp xỉ bằng các biểu thức sai phân trung tâm. Trong khi đó, để lời giải số ổn định và đạt độ chính xác cao, kỹ thuật sai phân ngược dòng dựa trên phương pháp của Roe (1981) được áp dụng cho các số hạng đối lưu. Phương pháp này sử dụng kỹ thuật phân chia dòng (flux splitting procedure) dựa trên dấu các giá trị riêng của các ma trận Jacobian  $A$ ,  $B$ ,  $C$  cho dòng đối lưu (Kwak et al, 1995). Phương trình sai phân được giải bằng kỹ thuật thừa số hoá xấp xỉ (approximate factorization technique). Mô tả chi tiết của phương pháp được trình bày bởi Pandya và cộng sự (2003).

### 4. Kết quả tính toán thử nghiệm

Trong các tính toán trình bày ở đây, vật thể được giả sử 'nhúng' tức thì vào dòng chảy. Vì vậy, các điều kiện dòng tự do được sử dụng như điều kiện ban đầu:

$$p = p_\infty; u = u_\infty; v = v_\infty; w = w_\infty; k = k_\infty; \varepsilon = \varepsilon_\infty \quad (4)$$

Biên miền tính toán được đặt cách xa bề mặt cứng của vật thể, vì vậy điều kiện dòng tự do (4) cũng được áp dụng cho các biên, ngoại trừ tại biên ra sử dụng điều kiện  $p = p_\infty$  kết hợp với đạo hàm theo hướng trục giao của các biên khác bằng không. Điều kiện này được sử dụng để tính đến sự chuyển các xoáy ra ngoài miền dòng mô phỏng do các quá trình đối lưu (Wu, 1988). Tại thành cứng, điều kiện biên sau đây được áp dụng.

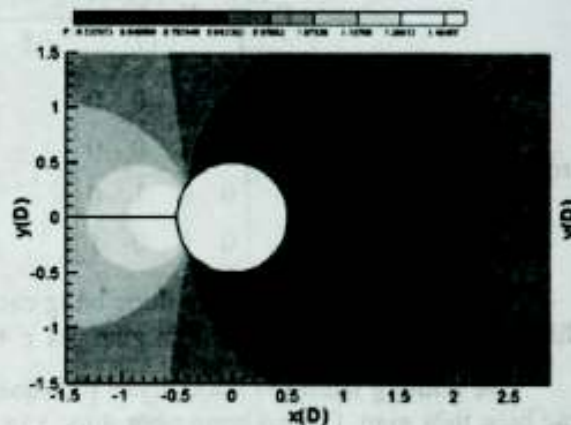
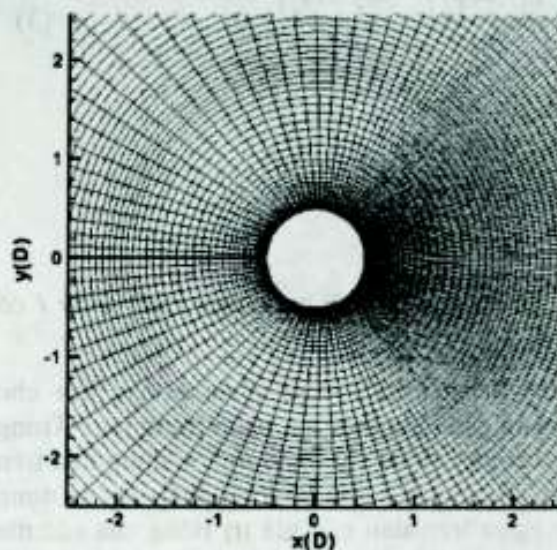
$$\frac{\partial p}{\partial n} = 0 ; u = 0 ; v = 0 ; w = 0 ; k = 0 ; \frac{\partial \varepsilon}{\partial n} = 0 \quad (5)$$

trong đó  $n$  chỉ hướng trục giao với biên.

#### 4.1. Dòng bao quanh vật cản hình trụ tròn

Thí nghiệm với vật cản hình trụ được thực hiện bởi Ong và Wallace (1996) với số Reynolds  $Re = U_0 D / \nu = 3900$ . Trong đó  $U_0$  là vận tốc dòng vào và  $D$  là đường kính hình trụ. Mô phỏng số hai chiều được thực hiện với hệ lưới cong dạng O với các đường tọa độ  $\xi$  theo hướng chu vi và các đường tọa độ  $\eta$  theo hướng bán kính. Miền tính toán có bán kính bằng  $30D$  bao quanh vật thể. Chi tiết của phần lưới tính gần với hình trụ được vẽ trên Hình 1. Theo chiều bán kính  $\eta$ , số điểm lưới là 132. Lưới được phân bố mịn hơn gần hình trụ. Chiều cao của ô lưới gần bề mặt hình trụ nhất bằng  $4.52 \times 10^{-5} D$ . Hệ lưới được giãn theo chiều bán kính trục giao với bề mặt hình trụ với hệ số giãn bằng 1.0848. Số điểm lưới theo chiều chu vi  $\xi$  là 163. Như được thấy trong Hình 1, lưới được thiết kế mịn hơn tại vùng sau hình trụ do các đại lượng dòng được mong đợi là biến đổi tại vùng này phức tạp hơn so với tại vùng trước vật cản.

Tính toán được thực hiện với bước thời gian không thứ nguyên  $\Delta t = 1.5 \times 10^{-2}$ . Lời giải ổn định nhận được sau khoảng 2000 bước thời gian. Trong Hình 2 là các đường đồng mức phân bố áp suất không thứ nguyên quy chiếu ( $P = 2C_p + 1$ ). Vùng áp suất thấp được hình thành phía sau vật cản. Phía trước vật cản, áp suất biến đổi nhanh với một vùng áp suất cao lân cận điểm phân chia dòng và hai vùng áp suất đối xứng rất thấp ngay sau đó.

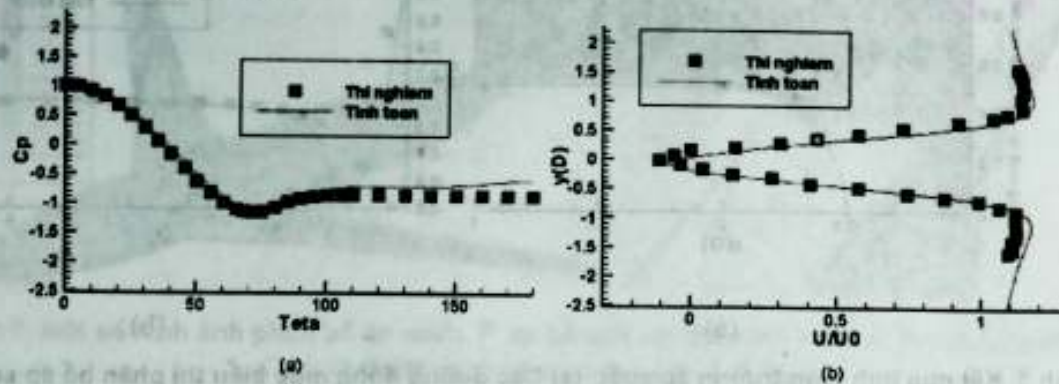


Hình 1. Chi tiết hệ lưới tính vùng gần hình trụ

Hình 2. Các đường đồng mức phân bố áp suất

Kết quả tính toán được so sánh với số liệu đo đạc của Ong và Wallace (1996). Hình 3(a) là đồ thị so sánh hệ số áp suất tại bề mặt hình trụ. Trục hoành của đồ thị này biểu thị vị trí điểm trên bề mặt thông qua góc giữa bán kính hình trụ đi qua điểm này với bán kính hình trụ đi qua điểm phân rẽ dòng. Kết quả so sánh là khá tốt, đặc biệt tại vùng phía trước hình trụ. Sự sai khác lớn nhất giữa tính toán và đo đạc xuất hiện ở vùng sau vật cản với sai khác hệ số áp suất giữa tính toán và đo đạc lớn nhất bằng 6%. So sánh cũng được thực hiện cho thành phần vận tốc theo hướng dòng như được chỉ ra trên Hình 3(b). Từ hình vẽ này, có thể thấy được kết

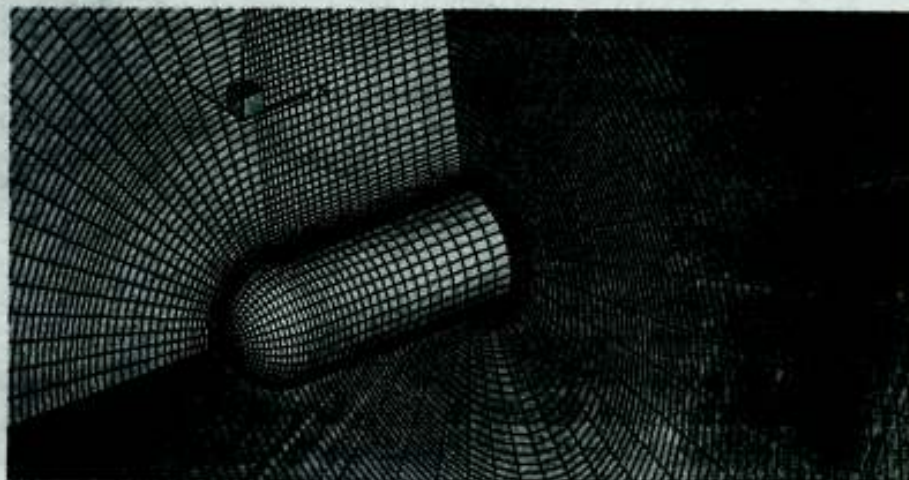
quả tính toán vận tốc trùng hợp khá tốt với kết quả thí nghiệm với sai khác giữa hai kết quả tại tất cả các vị trí không quá 5%.



Hình 3. So sánh kết quả tính toán với số liệu đo đạc: (a) Hệ số áp suất trên bề mặt hình trụ; (b) Phân bố thành phần vận tốc theo hướng dòng tại vị trí  $x = 1.54D$

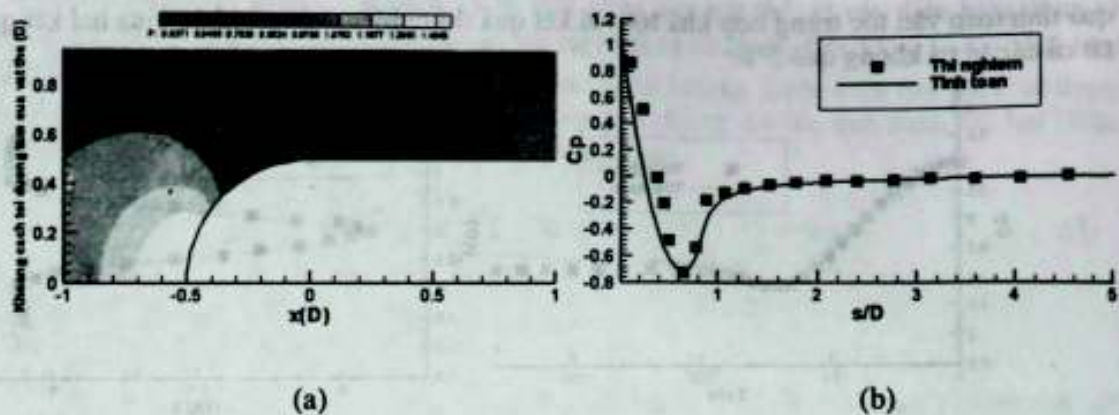
#### 4.2. Dòng bao quanh đầu hình bán cầu của một vật thể hình trụ

Một tính toán kiểm định khác của chương trình được thực hiện cho dòng bao quanh một vật thể hình trụ có đầu hình bán cầu. Dòng tới song song với trục của vật thể như mô tả trên Hình 4. Thí nghiệm để so sánh được thực hiện bởi Rouse and McNown (1946) với số Reynolds (tính theo vận tốc dòng tới và đường kính hình bán cầu) có giá trị bằng  $1.36 \times 10^5$ . Mô phỏng 3 chiều được thực hiện trên hệ lưới cong với 82 nút theo chiều dòng chảy  $\xi$ , 132 nút theo chiều bán kính  $\eta$  và 37 nút theo chiều chu vi  $\zeta$ . Mật độ lưới dày được sử dụng ở lân cận vật cản và gần vị trí phần bán cầu giáp với phần trụ. Hình ảnh các đường lưới tại một số mặt phẳng được vẽ trên Hình 4



Hình 4. Hình ảnh lưới tính tại các mặt  $\xi = 40$ ,  $\eta = 1$  (bề mặt vật thể) và  $\zeta = 18$

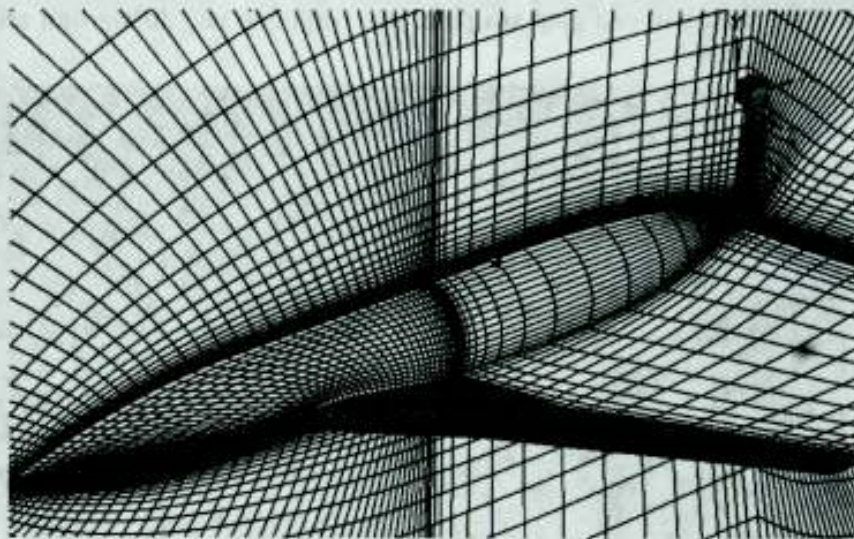
Tính toán được thực hiện với bước thời gian không thứ nguyên  $\Delta t = 5 \times 10^{-3}$ . Lỗi giải ổn định nhận được sau khoảng 5000 bước thời gian. Phân tích kết quả tính toán cho thấy dòng tính được là dừng và đối xứng trục mà điều này là phù hợp với kết quả thí nghiệm. Trong Hình 5(a) là các đường đồng mức phân bố áp suất tính toán được tại lân cận vật thể. Các giá trị trên hình vẽ được ghi với áp suất không thứ nguyên quy chiếu ( $P = 2C_p + 1$ ). Từ hình vẽ này có thể thấy được một vùng áp suất thấp được hình thành tại gần vùng đường giao nhau giữa mặt của phần bán cầu và mặt của phần trụ. Vùng áp suất cao cũng được hình thành ở phía trước vật cản, lân cận điểm phân chia dòng. So sánh hệ số áp suất tính toán trên bề mặt vật thể với dữ liệu thí nghiệm được trình bày trên Hình 5(b). Từ hình vẽ này có thể thấy được, tương tự như ví dụ kiểm định cho dòng bao quanh hình trụ, kết quả tính toán là khá phù hợp với dữ liệu đo đạc.



Hình 5. Kết quả tính toán trường áp suất: (a) Các đường đồng mức biểu thị phân bố áp suất lân cận vật thể nhìn trên một mặt phẳng  $\zeta = \text{const}$ ; (b) So sánh với thí nghiệm.

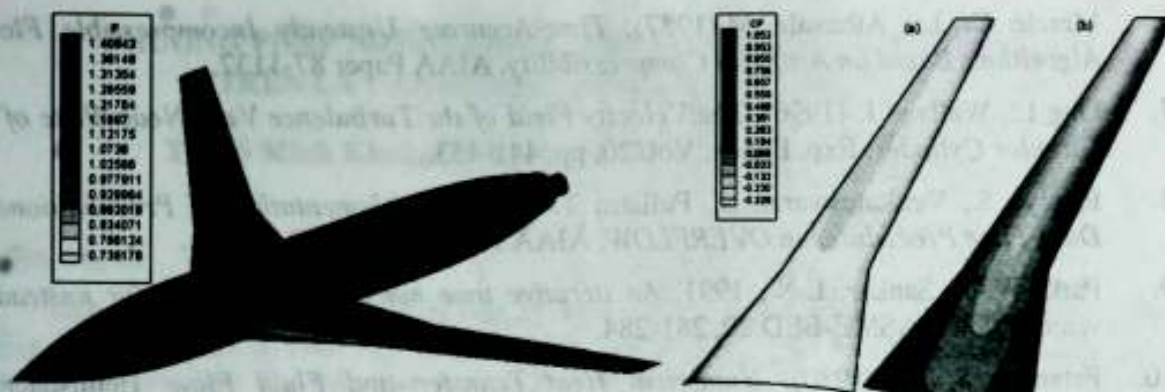
#### 4.3. Dòng bao quanh một thân máy bay có cánh

Tính toán được thực hiện cho dòng bao quanh một vật thể dạng thân máy bay có cánh ARA-M100 được dùng trong một số thí nghiệm của NASA. Dòng được giả thiết có góc tới bằng 14 độ và số Reynolds bằng  $1.3 \times 10^6$ . Vật thể và hệ lưới tính có thể hình dung được từ Hình 6 và 7. Do dòng là đối xứng nên chỉ một nửa vật thể được mô phỏng. Hệ lưới cong có  $160 \times 37 \times 49$  nút  $\xi, \eta, \zeta$  tương ứng. Mật độ lưới dày được sử dụng ở lân cận vật cản. Điều kiện biên đối xứng được áp đặt tại mặt phẳng đối xứng  $\zeta = 1$ .



Hình 6. Hình ảnh lưới tính tại các mặt  $\xi = 32, \xi = 129, \eta = 1$  (bề mặt vật thể) và  $\zeta = 1$  (mặt phẳng đối xứng)

Tính toán được thực hiện với bước thời gian không thứ nguyên  $\Delta t = 5 \times 10^{-3}$ . Lời giải ổn định nhận được sau khoảng 3000 bước thời gian. So sánh định lượng chưa được thực hiện cho tính toán này do các tác giả chưa tìm được dữ liệu thí nghiệm với số Mach thấp. Tuy nhiên, khảo sát trường dòng và phân bố áp suất cho thấy kết quả tính toán phù hợp về mặt định tính. Trên Hình 7 là một số hình ảnh phân bố áp suất tại bề mặt vật thể. Thử nghiệm tính toán này cũng cho thấy chương trình có thể được áp dụng đối với dòng chảy bao quanh vật thể dạng khá phức tạp.



Hình 7. Một số hình ảnh phân bố áp suất:  $P$  tại bề mặt vật thể nhìn chéo từ trên xuống (trái),  $C_p$  tại bề mặt cánh trên (a) và cánh dưới (b)

## Kết luận

Báo cáo trình bày một phương pháp tính toán dòng 3 chiều bao quanh vật thể dựa trên lời giải của hệ phương trình Navier-Stokes không nén được. Hệ tọa độ cong tổng quát được sử dụng với mục đích làm tăng độ chính xác của việc xử lý điều kiện biên trong miền địa hình phức tạp. Lược đồ sai phân ẩn theo thời gian được lựa chọn giúp cho chương trình tính toán có khả năng thực hiện được những mô phỏng 3 chiều với thời gian tính toán khả thi trên máy PC. Để làm tăng tính ổn định của chương trình tính toán và tính chính xác của lời giải nhận được, các phương trình bảo toàn được sai phân bằng kỹ thuật phân chia dòng dựa trên dấu các giá trị riêng của ma trận Jacobian dòng đối lưu.

Để minh họa phương pháp, báo cáo trình bày các tính toán dòng bao quanh 3 dạng vật thể khác nhau bao gồm dòng 2 chiều bao quanh vật cản hình trụ, dòng 3 chiều bao quanh vật thể hình trụ với đầu hình bán cầu và dòng 3 chiều bao quanh một vật thể dạng thân máy bay có cánh. Kết quả kiểm định cho thấy khả năng của phương pháp trong việc mô phỏng toàn bộ dòng chảy chung quanh các vật thể 3 chiều có hình dạng phức tạp. Tuy nhiên cần nhấn mạnh rằng giả thiết dòng không nén được chỉ phù hợp với dòng có vận tốc thấp so với vận tốc âm. Việc phát triển công cụ mô phỏng dòng chảy bao với số Mach cao dựa trên lời giải hệ phương trình Navier-Stokes nén được là công việc đang được chúng tôi tiến hành.

## Lời cảm ơn

Nghiên cứu này được thực hiện với sự tài trợ một phần từ chương trình Nghiên cứu Cơ bản, Hội đồng Khoa học Tự nhiên Việt nam.

## TÀI LIỆU THAM KHẢO

1. Barth T. J. (1987), *Analysis of Implicit Local Linearization Techniques for Upwind and TVD Algorithms*, AIAA Paper 87-0595, 1987.
2. Chien K. Y. (1982), *Prediction of Change and Boundary Layer Flows with a Low-Reynolds-Number Turbulence Model*, AIAA Journal, Vol. 22, pp. 33-38.
3. Chorin A. J. (1967), *A Numerical Method for Solving Incompressible Viscous Flow Problem*, J. Comput. Phys., Vol. 2, 1967, pp. 12-26.
4. Ferziger J. H., Perić M. (1996), *Computational Method for Fluid Dynamics*, Springer Press, Germany, 1996.
5. Kwak D., Rogers S., Yoon S., and Chang J., (1995). *Numerical Solution of Incompressible Navier-Stokes Equations*. In "Computational Fluid Dynamics Techniques", Ed. by W. Habashi and M. Hafez, Gordon and Breach Pub., 1995.

6. Merkle C. L., Athavale M.(1987), *Time-Accurate Unsteady Incompressible Flow Algorithms Based on Artificial Compressibility*, AIAA Paper 87-1137.
7. Ong L., Wallace J. (1996), *The Velocity Field of the Turbulence Very Near Wake of a Circular Cylinder*, Exp. Fluids, Vol. 20, pp. 441-453.
8. Pandya S., Venkateswaran S., Pulliam T. (2003). *Implementation of Preconditioned Dual-Time Procedures in OVERFLOW*. AIAA Paper 2003-0072.
9. Park, W.G., Sankar, L.N., 1991. *An iterative time marching procedure for unsteady viscous flows*. ASME-BED 20, 281-284.
10. Patankar S. V. (1980), *Numerical Heat Transfer and Fluid Flow*, Hemisphere, Washington DC.
11. Roe P. L. (1981), *Approximate Riemann Solvers, Parameter Vectors, and Difference Schemes*, J. Comput. Phys, Vol. 43, pp. 357-372.
12. Rouse H., McNown J. S. (1948), *Cavitation and Pressure Distribution, Head Forms at Zero Angle of Yaw*, Studies in Engineering, Bulletin 32, State University of Iowa
13. Vandoorman J. P., Raithby G. D. (1984), *Enhancement of the SIMPLE for predicting incompressible fluid flows*, Numer. Heat Transfer, Vol. 7.
14. Wu J. C. (1988), *A Study of Unsteady Turbulent Flow Past Airfoil*, Ph. D. Thesis, Georgia Institute of Technology, Atlanta, Georgia, 1988.

## COMPUTATION OF FLOW AROUND MOVING OBJECTS BASED ON SOLUTION OF INCOMPRESSIBLE NAVIER-STOKES EQUATIONS

Nguyen The Duc, Duong Ngoc Hai

**Abstract:** A developing modern trend in computational fluid dynamics (CFD) is to predict realistic engineering flows by solving Navier-Stokes equations. For low speed aerodynamics, incompressible assumption is not only suitable but also necessary because solution methods of compressible Navier-Stokes equations are usually very difficult to be convergent for low-Mach number flows. In this paper, a method for solution of incompressible Navier-Stokes equations in three-dimensional body-fitted curvilinear coordinates is presented. The method is employed to compute the flow around a circular cylinder and the flow around a hemispherical forehead of a cylinder and the results are compared with experimental data. Finally, computation of the flow around a wing/body object is also presented to show efficiency of the method for three-dimensional complex geometry.